



Faglig kontakt under eksamen:
Hilde Sande (73 59 16 98)

EKSAMEN I MA0002 Brukerkurs B i matematikk

Fredag 21. mai 2010

Tid: 09.00 - 13.00

Sensur: 11. juni

Hjelpemidler: A

Alle trykte og skrevne, samt kalkulator

Alle svar skal begrunnes!

Vis mellomregning eller henvis til teori.

Alle deloppgaver teller like mye!

Oppgave 1

- a) Løs initialverdi problemet gitt ved differensialligningen

$$\frac{dy}{dx} = y \cos x,$$

med initialbetingelsen $y(0) = 2$.

- b) Finn planet gjennom punktet $(2, 3, 1)$ som står normalt på vektoren $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$.

Oppgave 2 I en flokk med sauer overlever 80% av lammene (0-åringene) beitesesongen. Halvparten av disse er værere som blir sendt på slaktehuset. Den andre halvparten er søyer som blir satt inn i produksjonen, så disse overlever første leveår og blir 1-årige sauer.

Av de 1-årige sauene overlever 90% andre leveår og blir 2-åringer, mens bare 70% av 2-åringene overlever tredje leveår og blir 3-åringer. Ved utgangen av fjerde leveår blir sauene tatt ut av produksjon og sendt til slakting. Det vil si at ingen 3-åringer overlever og blir 4-åringer.

Ingen lam (0-åringer) får nye lam i første leveår. I snitt blir det født 1 lam pr 1-åring, 2 lam pr 2-åring og 1.5 lam pr 3-åring.

- Sett opp en Leslie-matrise for denne saueflokken basert på opplysningene over.
- Ved $t = 0$ starter en bonde opp med sauer og kjøper inn 40 1-årige sauer og 20 2-årige sauer. Hvor mange lam får han første året (ved $t = 1$) og hvor mange individ består hele flokken av ved $t = 1$?

Oppgave 3 Terrenget på en øy er gitt ved funksjonen

$$f(x, y) = 10 + \frac{3}{4}y^2 + \frac{1}{24}y^3 - \frac{1}{32}y^4 - x^2,$$

slik at høyden over havet i punktet med koordinater (x, y) er lik $100z$ meter der $z = f(x, y)$.

- Finn og klassifiser de kritiske punktene til $f(x, y)$.
- Du står i punktet $(\frac{1}{4}, 1)$. I hvilken retning må du gå for å oppleve den største stigningen i terrenget?
- Du velger i stedet å følge stien gitt ved $y = 4x$ bort fra origo, det vil si i retning av stigende x - og y -koordinater. I hvilket punkt (x, y) når du det høyeste punktet langs stien?

Oppgave 4 La $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ og $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$.

- Finn egenverdiene og de tilhørende egenvektorene til A

b) Vi ser på følgende system av differensialligninger

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}.$$

Er likevektspunktet $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ stabilt eller ustabil?

Hva er den generelle løsningen for systemet?

c) Hva er den generelle løsningen for det ikke-homogene systemet

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

Hint: Finn først likevektspunktet for dette systemet.