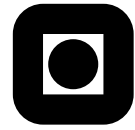


Faglig kontakt under eksamen:  
Haaken A. Moe  
Tlf: 92650655



Bokmål

## EKSAMEN I BRUKERKURS B I MATEMATIKK (MA0002)

Mandag 18. mai 2009  
Tid: 09.00 – 13.00  
Sensur 8. juni 2008

Hjelpemidler:  
Alle trykte og skrevne, samt kalkulator.

**Alle svar skal begrunnes!**

Vis mellomregning, eller henvis til teori.

**Oppgave 1** Litt av hvert.

**a)** (10%) Løs initialverdiproblemet gitt ved differensialligningen

$$\frac{dr}{dt} = 2rt + 3rt^2,$$

med initialbetingelsen  $r(1) = 1$ . Anta at  $r > 0$ .

**b)** (10%) Regn ut determinanten til matrisen

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Tips: du har lært regneregler for determinanter.

- c) (10%) Finn ligningen til planet i punktet  $(1,2,1)$  som er vinkelrett på vektoren  $\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 7 \end{bmatrix}$ .

**Oppgave 2** Max Rebo har en sparekonto hos Sparebanken Arkanis. Mengden credits i denne kontoen er  $x(t)$ , hvor  $t$  er tiden målt i år. Innskuddsrenta på denne kontoen er 6% per år, og Max setter inn 50 credits i måneden på kontoen. I tillegg skal banken ha 11 credits i året i gebyrer. Du kan gå ut fra at både renter, innskudd og gebyrer settes inn/taes ut kontinuerlig.

(10%) Finn differensialligningen for  $x(t)$ , det vil si ligningen for  $\frac{dx}{dt}$ .

**Oppgave 3** Vi ser på funksjonen  $f(x, y) = x^3 - 4x + y^2$ .

- a) (5%) Finn gradienten til  $f$ , dvs  $\nabla f$ .
- b) (5%) Finn den retningsderiverte av  $f$  i retning  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  fra punktet  $(2,2)$ .
- c) (10%) Finn globale max og min for  $f$  på området begrenset av  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

**Oppgave 4** Vi ser på matrisen  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5/2 \\ -2 & -3/2 \end{bmatrix}$ .

- a) (10%) Finn egenverdiene til  $A$  og tilhørende egenvektorer.
- b) (10%) Regn ut  $A^{20} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ . Finn så

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A^n \begin{bmatrix} 410 \\ -408 \end{bmatrix}.$$

**Oppgave 5** Vi ser på et system av differensialligninger:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2(xy - y - x + 1) \\ \frac{dy}{dt} &= 5(xy + 2y) + 5x + 10, \end{aligned}$$

- a) (10%) Tegn et *retningsdiagram* for systemet av diffiligninger, for alle punkter hvor  $x$  og  $y$  er et heltall,  $-2 \leq x \leq 2$  og  $-2 \leq y \leq 2$ .
- b) (10%) Finn likevektspunktene til systemet, og avgjør om de er stabile eller ustabile.