Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe
Tlf: 92650655

Bokmål

EKSAMEN I BRUKERKURS B I MATEMATIKK (MA0002)

Onsdag 21. mai 2008
Tid: 15.00 – 19.00
Sensur 11. juni 2008

Hjelpemidler:
Alle trykte og skrevne, samt kalkulator.

Alle svar skal begrunnes!
Vis mellomregning, eller henvis til teori.

Oppgave 1 Litt av hvert.

a) (10%) Løs initialverdiproblemet gitt ved differensialligningen

$$t\frac{dx}{dt} - t^3 = 3t^3,$$

med initialbetingelsen $x(0) = 3$.

b) (10%) Regn ut den inverse matrisen, dvs A^{-1}, til matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

c) (10%)Regn ut determinanten til matrisen

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 9 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Tips: du har lært regneregler for determinanter.

Oppgave 2 (10%) La $x(t)$ være en funksjon som angir antallet levende bakterier i som befinner seg i et akvarium ved tiden t. Akvariet inneholder 100 liter væske og er helt fullt. Overskytende væske renner ut av akvariet. Vi antar at de levende bakteriene i akvariet alltid er helt jevnt fordelt i væsken.

Det tilføres 10 liter væske i timen til akvariet, denne væsken inneholder 10^6 levende bakterier per liter. De levende bakteriene formerer seg, hver time deler halvparten av dem seg i to. Bakteriene antas å leve i 5 timer.

Du skal nå *sette opp en differensialligning for* $\frac{dx}{dt}$, dvs en ligning som viser hvordan $x(t)$ endrer seg når tiden går.

Oppgave 3 Vi ser på funksjonen $f(x,y,z) = e^{xy}z^2 + \frac{1}{z^2 x}$.

a) (10%) Finn gradienten til f, dvs ∇f. Finn også den retningsderiverte til f i retningen $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ fra punktet $(1,0,2)$.

b) (10%)Finn den lineære approksimasjonen $\widehat{f}(x,y,z)$ av $f(x,y,z)$ i punktet $(1,1,2)$. Regn ut $\widehat{f}(2,2,1)$.

Oppgave 4 (10%) En Leslie-matrise er gitt ved $\begin{bmatrix} 0{,}5 & 3 & 1 \\ 0{,}9 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}55 & 0 \end{bmatrix}$. Forklar hva tallene og størrelsen på matrisen betyr.

Oppgave 5 (10%)Finn globale maxima og minima for funksjonen

$$f(x,y) = xy - x - y + 3$$

over det triangelformede området R i xy-planet som er avgrenset av punktene $(0,0)$, $(2,0)$ og $(0,4)$.

Oppgave 6 Vi ser på et inhomogent system av lineære førsteordens diffligninger:

$$\frac{dx_1}{dt} = -3x_1 - 2x_2 - 3$$
$$\frac{dx_2}{dt} = 3x_1 + 4x_2 - 9,$$

a) (10%) Finn likevektspunktet til systemet.

b) (10%) Løs systemet.