

Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe
Tlf: 92650655



Bokmål

EKSAMEN I BRUKERKURS B I MATEMATIKK (MA0002)

Mandag 08.12 2008
Tid: 09.00 – 13.00
Sensur 8. januar 2009

Hjelpemidler:
Alle trykte og skrevne, samt kalkulator.

Alle svar skal begrunnes!
Vis mellomregning, eller henvis til teori.

Oppgave 1 Leslie-matriser.

- a) (10%) I en bestemt populasjon av ewoker antas ingen individer å leve mer enn 40 år. Populasjonen deles opp i 4 kategorier etter hvilket tiår individet er i. Dvs kategori en inntil 10 år, kategori 2 fra og med 10 år til inntil 20 år og så videre.

For ewokene i 1. alderskategori forventes det at 30% får i gjennomsnitt 2 avkom hver, mens i andre alderskategori forventes halvparten å få i gjennomsnitt 7 avkom hver. Individer i 3. alderskategori får 2 avkom i snitt, mens de eldste ewokene får 0,5 barn i gjennomsnitt.

Av individer i 1. alderskategori blir 15% spist og 15% dør av andre årsaker. I 2. aldersklasse er tilsvarende tall henholdsvis 5% og 10%. I 3. aldersklasse dør 10%. Sett opp en Leslie-matrise som beskriver denne populasjonens utvikling.

- b) (10%) Start i 'år 0' med en populasjon bestående av 200 ewoker i første aldersklasse, og ingen eldre individer. Det trengs 500 voksne ewoker (dvs aldersklasse 2, 3 og 4) for å nedkjempe et forsterket kompani med stormtropper. Etter denne modellen, hvor mange tiår tar det før denne populasjonen er stor nok til å greie dette?

Oppgave 2 Matriser og lineære ligningssystemer.

- a) (10%) Finn egenverdier og tilhørende egenvektorer til $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$.
- b) (10%) Regn ut A^{20} og A^{39} .

Oppgave 3 Differensiallikninger.

- a) (10%) Løs initialverdiproblemet

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-2x}{t^3},$$

hvor $x(1) = 1$.

- b) (10%) Finn alle kritiske punkt til

$$\frac{dy}{dx} = 3 + 2y - y^2,$$

og bestem om det/de er stabile eller ustabile.

Oppgave 4 Vi ser på funksjonen

$$f(x, y) = x^3y + 3xy^{-2}.$$

- a) (10%) Finn gradienten til f .
- b) (10%) Hva er den retningsderiverte til f i punktet $(1, 1)$ i retning mot punktet $(2, 3)$?

Oppgave 5 Vi ser på det følgende systemet av differensiallikninger:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= 2x_1 + 5x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= 6x_1 + x_2, \end{aligned}$$

- a) (10%) Tegn et retningsdiagram for systemet. Tegn diagrammet for alle par av heltall (t_1, t_2) , slik at $-2 \leq t_1 \leq 2$ og $-2 \leq t_2 \leq 2$.
- b) (10%) Finn den generelle løsningen av systemet.