



Faglig kontakt under eksamen:
Achenef Tesfahun (90 84 97 05)

EKSAMEN I MA0002 Brukerkurs B i matematikk

Lørdag 03.12.2011

Tid: 09:00 – 13:00

Sensur 14.12.2011

Hjelpemidler: A
Alle trykte og skrevne, samt kalkulator

Det står 4 hovedoppgaver.
Alle deloppgaver teller like mye.
Alle svar skal begrunnes!
Vis mellomregning eller henvis til teori!

Oppgave 1

a) Vis at $y(t) = (t^4 + 1)e^{-\cos t}$ løser initialverdi problemet

$$\frac{dy}{dt} - (\sin t)y = 4t^3 e^{-\cos t}, \quad y(0) = \frac{1}{e}.$$

b) En pasient får en medisin intravenøst med en konstant dosering på 20 milliliter per time. Medisinen skilles ut av kroppen med en rate på 10% per time. Hvor mye medisin er det i kroppen etter t timer hvis pasienten var medisinfri da behandlingen startet?

Oppgave 2 Vi er gitt matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

a) Finn egenverdiene til A og tilhørende egenvektorer.

b) Beregn $A^{20} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$.

c) Finn løsningen til differensialligningssystemet

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = A\mathbf{x}, \quad \text{der } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix},$$

som oppfyller initialbetingelsen

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

Er likevektspunktet $\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ til systemet stabilt eller ustabil?

Oppgave 3 Vi ser på funksjonen $f(x, y) = e^{-y} \cos x$.

a) Hva er den retningsderiverte til f i punktet $(\pi, 0)$ langs vektoren $\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$. I hvilken retning er den retningsderiverte til f størst mulig i $(\pi, 0)$.

b) Finn den lineære approksimasjonen rundt $(0,0)$ til f , og bruk den til å finne en tilnærmet verdi for $f(-0, 1, 0, 2)$. (Vis beregningen).

c) Beregn $\frac{dy}{dx}$ når $f(x, y) = 0$.

Oppgave 4 Vi ser på funksjonen $f(x, y) = xy(15 - 5y - 3x)$.

a) Finn og klassifiser de kritiske punktene til f .

b) Finn absolutte maksimumspunkt for f på trekanten som er avgrenset av $3x + 5y = 15$, x -aksen og y -aksen.