NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0001 Brukerkurs i matematikk A**

Faglig kontakt under eksamen: Torgeir Aambø

Tlf: +47 48078889

Eksamensdato: 07. desember 2023

Eksamenstid (fra–til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:
D: Ingen trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 4

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave
Originalen er:
1-sidig ☐ **2-sidig** ☒
sort/hvit ☒ **farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐

Dato Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

Flervalgsoppgaver

Oppgave 1 Hva er grenseverdien $\lim_{x\to\infty} \dfrac{x^3+6x}{3x^3+x^2+1}$ lik?

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{2}$

c) 0

d) ∞

Oppgave 2 Hva er verdimengden til $f(x) = |x^2 - 3|$?

a) $[-3, \infty)$

b) $[0, \infty)$

c) $[3, \infty)$

d) $\mathbb{R}$

Oppgave 3 Når kan man bruke L'Hôpitals regel på grenseverdien $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)}$?

a) Når vi har $\lim_{x\to a} f(x) = 0 = \lim_{x\to a} g(x)$

b) Når $\frac{f'(x)}{g'(x)} = 0$

c) Når $g(x) = 0$

d) Når både f og g er polynomer

Oppgave 4 Kryss av alle alternativene som er riktige for funksjonen $f(x) = \ln(x)$

a) Den er injektiv

b) Den er et polynom

c) Den er en harmonisk svingning

d) Den er kontinuerlig

e) Den er surjektiv

f) Den har en invers

g) Den er lineær

h) Den er definert for alle tall i $\mathbb{R}$

i) Den er definert på intervallet $(0, \infty)$

Oppgave 5 På hvilket av intervallene er inversen til $f(x) = \sin(x)$ definert?

a) $[-1, 1]$

b) $(-\pi, \pi)$

c) $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

d) $\mathbb{R}$

Oppgave 6 Hva er amplituden til summen av de to harmoniske svingningene $3\sin(x)$ og $2\cos(\frac{\pi}{2} - x)$?

a) 1

b) 5

c) $\sqrt{13}$

d) $\sqrt{5}$

Skriftlige oppgaver

Oppgave 7 Finn den lineære tilnærmingen til $f(x) = \sin^{-1}(x)$ i punktet $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Oppgave 8 En populasjon varierer i størrelse gjennom en periode på 3 år. Ved tidspunktet t er størrelsen på befolkningen (målt i antall tusen individer) gitt ved

$$P(t) = e^t \sin(t) \text{ for } 0 \leq t \leq 3 \text{ år.}$$

a) I løpet av de tre årene, når var det flest individer i befolkningen?

b) Hvor stor var befolkningen i gjennomsnitt gjennom de tre årene?
Hint: Bruk I-metoden (delvis integrasjon flere ganger).

Oppgave 9 I denne oppgaven skal vi finne en tilnærmet verdi til $\sqrt{17}$.

a) Forklar hvorfor funksjonen $f(x) = x^2 - 17$ har et nullpunkt på intervallet $[4, 5]$.

b) Bruk Newtons metode på $f(x)$ med $n = 3$ steg til å beregne en tilnærmet verdi for $\sqrt{17}$. Du kan la startverdien x_0 være det nærmeste heltallet.

Oppgave 10 I et første ordens kjemisk reaksjon er konsentrasjonen av et gitt stoff beskrevet av funksjonen

$$c(t) = c(0)e^{-kt},$$

hvor $c(0)$ er startkonsentrasjonen og k er en reaksjonskonstant avhengig av hvilket stoff man studerer.

Vi skal i denne oppgaven studere noen egenskaper ved nedbrytningen av en type insektmiddel X i naturen. En dag blir en mengde av dette insektmiddelet skylt ut i et vann. Vi gjør en måling på vannet som viser at konsentrasjon er $5.0 \cdot 10^{-7} g/cm^3$. Etter et år gjør vi en ny måling og finner ut at konsentrasjon nå er $1.172 \cdot 10^{-7} g/cm^3$. Anta at nedbrytningen er en første ordens kjemisk reaksjon, der t er tid målt i år.

a) Hva er reaksjonskonstanten k for insektmiddelet X?

b) Hva er endringsraten til konsentrasjonen når vi gjør den andre målingen?

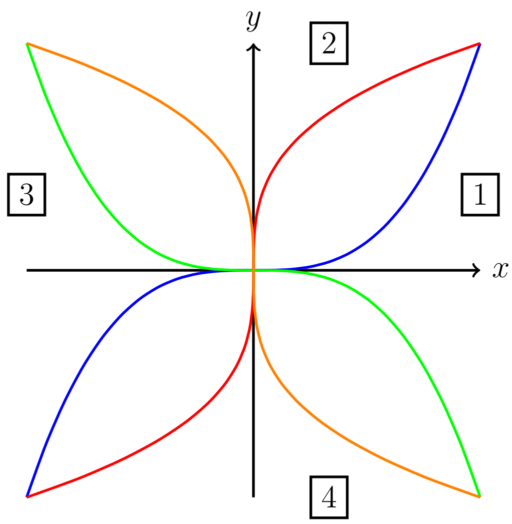
c) Hva er halvveringstiden til nedbrytningen?
Hint: Finn tiden t slik at konsentrasjonen er $\frac{1}{2}c(0)$.

Oppgave 11 Bruk Trapesmetoden til å tilnærme integralet

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 - x^4}\, \mathrm{d}x$$

med feilmargin mindre enn 0.01. Du kan bruke uten bevis at $|f''(x)| < 2$ når $0 \leq x \leq 0.5$.

Oppgave 12 De fire kurvene $y = x^3$ [1], $y^3 = x$ [2], $y = -x^3$ [3] og $x = -y^3$ [4] avgrenser et område i planet som ligner en blomst, se figur 1. Finn arealet til dette området.



Figur 1: Området avgrenset av de fire kurvene.