

# Formelark

## Regneregler for potenser:

For  $a > 0$  et reelt tall har vi

- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$
- $a^x = e^{x \ln(a)}$

## Regneregler for logaritmer:

For  $x, y > 0$  og  $a$  et reelt tall har vi

- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(x^a) = a \ln(x)$

## Trigonometriske identiteter:

- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- $\cos(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$
- $\sin(x + y) = \sin(x) \cos(y) + \sin(y) \cos(x)$

## Noen regler for derivasjon:

Hvis  $f$  og  $g$  er deriverbare i  $x$  så er

- $(af + bg)'(x) = af'(x) + bg'(x)$
- $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

Dersom  $f$  også er deriverbar i  $g(x)$  så har vi

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

Dersom  $f$  er deriverbar og har en invers, så er

$$(f^{-1})'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$$

## Derivasjon av noen funksjoner:

For  $a \neq 0$  et reelt tall har vi

- $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
- $\frac{d}{dx} e^x = e^x$
- $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} \sin(ax) = a \cos(ax)$
- $\frac{d}{dx} \cos(ax) = -a \sin(ax)$

## Noen regler for integrasjon:

Hvis  $f$  og  $g$  er deriverbare i  $x$  så er

- $\int af(x) + bg(x) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$
- $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$
- $\int f'(g(x))g'(x) dx = f(g(x)) + C$

## Noen ubestemte integraler:

For  $a \neq 0$  et reelt tall har vi

- $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$
- $\int e^x dx = e^x + C$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln(|x|) + C$
- $\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$
- $\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$

**Newtons metode:**  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

**Gjennomsnitt på intervall:**  $\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

**Taylorpolynom:** Taylorpolynomet til  $f$  av grad  $n$  om punktet  $a$  er

$$T_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

**Trapesmetoden:**

$$I = \int_a^b f(x) dx \approx T(n) = \frac{\Delta x}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n))$$

**Feil i trapesmetoden:**  $|I - T(n)| \leq \frac{(b-a)^3 M}{12n^2}$  Der  $M$  er et tall slik at  $|f''(x)| \leq M$  for alle  $x \in [a, b]$ .