

Institutt for matematiske fag

## Prøveeksamen i **MA0001 Brukerkurs i matematikk A**

**Faglig kontakt under eksamen:** Torgeir Aambø

**Tlf:** 48078889

**Eksamensdato:** 17. november 2022

**Eksamenstid (fra–til):** 08:15-10:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** D: Ingen trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

**Annen informasjon:**

Dette er en prøve-eksamen. Den teller ikke på karakteren din i emnet, og er ment kun som et forberedende verktøy.

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 1

**Kontrollert av:**

**Informasjon om trykking av eksamensoppgave**

**Originalen er:**

**1-sidig**  **2-sidig**

**sort/hvit**  **farger**

**skal ha flervalgskjema**

\_\_\_\_\_  
Dato

\_\_\_\_\_  
Sign



## Flervalgsoppgaver

Merk at det kan være mer enn ett rett svar på noen av flervalgsoppgavene.

**Oppgave 1** Hva er grensen  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$  lik?

- a) 1
- b)  $\pi$
- c) 0
- d)  $\infty$

**Oppgave 2** Hvilken av de følgende funksjonene er den samme funksjonen som  $f(x) = 2 \cos(t - \frac{\pi}{3})$ ?

- a)  $\frac{\pi}{3} \cos(t) + \sin(\sqrt{3}t)$
- b)  $\sin(t) + \sqrt{3} \cos(t)$
- c)  $\cos(t) + \sqrt{3} \sin(t)$
- d)  $2 \cos(t) - \frac{\pi}{3}$

**Oppgave 3** Hva er det lokale toppunktet til funksjonen  $h(x) = 5 - x^3 + 6x$  på intervallet  $[0, 4]$ ?

- a)  $x = 3$
- b)  $x = 2$
- c)  $x = \frac{5}{6}$
- d)  $x = \sqrt{2}$

**Oppgave 4** Hvilke egenskaper har funksjonen  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definert ved  $f(x) = \sqrt{x}$ ?

- a) Den er injektiv
- b) Den er surjektiv
- c) Den er kontinuerlig
- d) Den har en horisontal asymptote

## Skriftlige oppgaver

**Oppgave 5** Finn den lineære tilnærmingen til funksjonen

$$g(x) = \ln(x)e^x$$

i punktet  $x = 1$ .

**Oppgave 6**

a) Beregn integralet

$$\int_0^1 xe^x dx.$$

b) Bruk nå trapesmetoden med 4 delintervaller for å tilnærme det samme integralet. Hvor stor er feilen for denne tilnærmingen?

c) Dersom vi ønsket å ha en feil mindre enn 0.01, hvor mange delintervaller måtte vi ha brukt?

**Oppgave 7** Deriver funksjonene

a)  $f(x) = x + 2x \cos(x)$

b)  $g(x) = f(x^2) = x^2 + 2x^2 \cos(x^2)$

**Oppgave 8** En kald høstdag i Trondheim bestemmer du deg for å bade i bymarka. For å sjekke temperaturen stikker du tåen ned i vannet. Denne bevegelsen danner små krusninger i vannet (veldig små bølger), også kalt kapillærbølger. Disse krusningene sprer seg radielt utover og danner en voksende sirkel. Hastigheten til en slik krusning er på 0.2 meter i sekundet. Hvor stort er arealet til sirkelen etter 2 sekunder? Hvor fort øker arealet til sirkelen etter 2 sekunder?

**Regneregler for potenser:**For  $a > 0$  er

- $a^x a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{xy}$
- $a^x = e^{x \ln(a)}$

**Regneregler for logaritmer:**For  $x, y > 0$  er

- $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$
- $\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$
- $\ln(x^a) = a \ln(x)$

**Trigonometriske identiteter:**

- $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
- $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
- $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$

**Newtons metode:**  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ **Taylorpolynom:** Taylorpolynomet til  $f$  av grad  $n$  om punktet  $a$  er

$$T_n(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

**Trapesmetoden:**

$$I = \int_a^b f(x) \, dx \approx T(n) = \frac{\Delta x}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n))$$

**Feil i trapesmetoden:**  $|I - T(n)| \leq \frac{(b-a)^3 M}{12n^2}$  Der  $M$  er et tall slik at  $|f''(x)| \leq M$ **Noen regler for derivasjon:**Hvis  $f$  og  $g$  er deriverbare i  $x$  så er

- $(af + bg)'(x) = af'(x) + bg'(x)$
- $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

Dersom  $f$  også er deriverbar i  $g(x)$  så har vi

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x).$$

Dersom  $f$  er deriverbar og har en invers, så er

$$(f^{-1})'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$$

**Derivasjon av noen funksjoner:**

- $\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$
- $\frac{d}{dx} e^x = e^x$
- $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$