MA0001 – Brukerkurs i matematikk A
Høst 2022

Øving 10

7.1.6 Finn følgende ubestemte integraler:

a) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int (x+1)^3\,\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int ax+b\,\mathrm{d}x$

7.1.7 En kule skytes vertikalt opp fra bakkenivå med utgangshastighet v_0 (målt i m/s) ved tidspunktet $t = 0$. På grunn av tyngdekraften har kulen gjennom hele svevet den konstante akselerasjonen $g \approx 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ nedover. (Vi ser bort i fra luftmotstant).

a) Finn kulens høyde $s(t)$ over bakken utrykkt ved tiden t, der t måles i sekunder.

b) På hvilket tidspunkt når kulen sitt høyeste punkt? Hvor høyt er den da? Hvorlang tid tar det før kulen treffer bakken igjen?

c) Hvor høyt går kulen i det konkrete tilfellet $v_0 = 100\,\mathrm{m/s}$?

7.2.4 Beregn de bestemte integralene:

a) $\displaystyle\int_1^4 2\,\mathrm{d}x$

c) $\displaystyle\int_{-1}^k x^4\,\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int_0^b (2-3t)\,\mathrm{d}t$

e) $\displaystyle\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos(v)\,\mathrm{d}v$

7.2.8 Parablene $y = 4 - x^2$ og $y = (x-2)^2 - 6$ skjærer hverandre i to punkter. Finn skjæringspunktene. Parablene avgrenser et flatestykke i xy-planet. Finn arealet til dette flatestykket.

5 Volumet til en kule, som en funksjon av radiusen, er gitt ved $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$. La $A(r)$ være overflatearealet til kulen som en funksjon av radiusen.

a) Begrunn hvorfor $V'(r) = A(r)$.

b) Bruk dette til å utlede den vanlige formelen vi har for overflatearealet til en kule.

Vi kan gjøre tilsvarende for en kube. En kube med sidelengde s har volum s^3. Vi definerer 'radiusen' til en kube til å være $r = \frac{s}{2}$, på akkuratt samme måte som at radiusen til en sirkel er halvparten av diameteren. Volumet til kuben som en funksjon av r er da $V(r) = 8r^3$.

c) Deriver $V(r)$ og prøv å gjenkjen svaret som overflatearealet til en kube.

Bonus: Dersom vi deriverer den mer vanlige volumfunksjonen $V(s) = s^3$, nå utrykt som en funksjon av sidelengde og ikke radius, så får vi noe litt annerledes svar. Kan du tenke deg til hvorfor?

$\boxed{\text{7.2.4}}$ Anta at et kar fylles med vann, og at tilstrømmingshastigheten er $v(t) = v_0 e^{-kt}$, der $v_0 = 3$ (liter per minutt) og $k = 2$ (per minutt). La V være vannvolumet (målt i liter) som karet mottar i tidsintervallet $0 \leq t \leq 5$ minutter. Uttrykk V som et integral, og beregn det mottatte vannvolumet.