

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0001 Brukerkurs i matematikk A**

Faglig kontakt under eksamen: Torgeir Aambø^a, Johanna Ulvedal Marstrander^b

Tlf: ^a+47 48078889, ^b+47 41355455

Eksamensdato: 02. desember 2022

Eksamenstid (fra–til): 09:00-13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:

D: Ingen trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 4

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig 2-sidig

sort/hvit farger

skal ha flervalgskjema

Dato

Sign

Flervalgsoppgaver

Oppgave 1 Hva er den største mulige definisjonsmengden $D_f \subseteq \mathbb{R}$ til funksjonen $f(x) = \sqrt{\ln(x^3)}$?

- a) $[0, 1]$
- b) $(0, \infty)$
- c) $[1, \infty)$
- d) $(1, \infty)$

Oppgave 2 Hvilken av påstandene er sann om funksjonen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definert ved

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

- a) Den er injektiv
- b) Den er surjektiv
- c) Den er kontinuert
- d) Den er lineær

Oppgave 3 Hvor mange nullpunkter har funksjonen $f(x) = \tan(x)$ på intervallet $[1, 10]$?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Oppgave 4 Hvilken type punkt er $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ for funksjonen $f(x) = x(x^2 - 1)$?

- a) Lokalt toppunkt
- b) Lokalt bunnpunkt
- c) Globalt toppunkt
- d) Nullpunkt

Oppgave 5 Hvilken av funksjonene er funksjonen $T_1(x) = 7x - 3$ den lineære tilnærmingen til i punktet $a = 1$?

- a) $f(x) = 3x - 7$
- b) $f(x) = 7x^2 - 3x$
- c) $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$
- d) $f(x) = 3e^{2x-2}$

Oppgave 6 Arealet under grafen til funksjonen $f(x) = \frac{1}{x}$ mellom $x = 2$ og $x = 4$ er lik:

- a) $\ln(2)$
- b) $\ln(4)$
- c) 2
- d) $\frac{3}{16}$

Skriftlige oppgaver

Oppgave 7 Finn konstanten k slik at funksjonen

$$g(x) = \begin{cases} 1 - (x - k)^2, & x < 1 \\ xe^{1-x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

er en kontinuerlig funksjon.

Oppgave 8 Når vi observerer et lyn-nedslag kan vi finne ut hvor langt unna lynet slo ned ved å måle hvor lang tid det tok før vi hørte tordenskrallet. En huskeregel vi kan bruke er at lynet slo ned rundt en kilometer unna dersom det tok tre sekunder før vi hørte tordenet.

a) Bruk denne huskeregelen til å estimere lydens hastighet (i meter per sekund).

Du har en amerikansk venn på besøk når dere observerer et lynnedslag og du forteller ivrig om huskeregelen over. Ettersom vennen din bruker andre måleenheter en deg er du nødt til å konvertere regelen til “miles” istedenfor kilometer.

b) Bruk konverteringsreglene under til å lage en huskeregel for vennen din ved å beregne hvor langt unna (i miles) lynet slo ned dersom det går fem sekunder før du hører tordenet.

- 1 furlong = 10 chains
- 1 mile = 8 furlongs
- 1 yard = 0,9144 meter
- 1 chains = 22 yards

Når lynet slår ned beveger lydbølgene seg likt utover i alle retninger, og danner dermed en sirkel. Begge huskereglene over gir oss en funksjon for radiusen til denne sirkelen.

c) Hvor fort endrer arealet til sirkelen seg når det har gått 5 sekunder? (Du kan velge hvilken formel for radiusen du vil bruke, altså med kilometer eller miles).

Oppgave 9

- a) Finn funksjonen $f(x)$ når vi vet at $f'(x) = 12x^2$ og $f(0) = 1$.
- b) Bruk funksjonen du fant til å beregne integralet

$$\int_1^2 f(x) dx.$$

Oppgave 10 Vi ønsker å finne en verdi x slik at $x = \cos(x)$.

Vi prøver først å bruke den såkalte iterasjonsmetoden for å finne en slik x . Denne baserer seg på å starte med en verdi x_0 , for å så prøve å iterere seg nærmere og nærmere x ved å bruke funksjonen $\cos(x)$. Altså lar vi $x_{n+1} = \cos(x_n)$. Denne følgen med tall vil gå mot en x slik at $x = \cos(x)$.

- a) Bruk iterasjonsmetoden med $x_0 = 1$ og fire iterasjoner for å finne en tilnærmet verdi for x .

Vi ønsker nå å sammenligne tilnærmingen vi fikk med en annen metode, nemlig Newtons metode.

- b) Bruk Newtons metode med $x_0 = 1$ og fire iterasjoner for å finne en tilnærmet verdi for x .
- c) Hvilken av metodene gir mest nøyaktig svar?

Oppgave 11 Hvor stort kan arealet til et rektangel R maksimalt være, dersom omkretsen er 100 cm?

Oppgave 12 Funksjonen $f(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ kalles "feilfunksjonen" (engelsk: error function) og er en viktig funksjon som ofte dukker opp i statistikk og naturvitenskap grunnet dens relasjon til såkalte normalfordelinger. Bruk trapesmetoden til å tilnærme $f(1)$ med en feilmargin mindre enn 0.01.

Du kan bruke uten bevis at dersom $g(x) = e^{-x^2}$, så er $|g''(x)| \leq 2$ for alle $x \in [0, 1]$.