MA0001 – Brukerkurs i matematikk A
Høst 2022

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

**Løsningsforslag — Øving 1**

1.2.2 Hvilke mengder er like?

$$\begin{array}{ll} A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 5\} & E = (2, \infty) \\ B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x \leq 5\} & F = [2, 5) \\ C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 5\} & G = (2, 5] \\ D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x\} & H = (-\infty, 5] \end{array}$$

**Løsning:**

- $A = F$
- $B = G$
- $C = H$
- $D = E$

1.3.10 Hver $\text{cm}^2$ av Jordens overflate bærer en luftsøyle med masse 1.0 kg. Jordens overflate er $5.1 \times 10^8\,\text{km}^2$.

**a)** Finn atmosfærens masse.

**b)** 22 % av atmosfærens masse er oksygen. Finn massen av oksygenet i atmosfæren.

**Løsning: a)** Finner først jordas overflate i $\text{cm}^2$. Husk at $1\,\text{km} = 1 \times 10^5\,\text{cm}$

$$5.1 \times 10^8\,\text{km}^2 = 5.1 \times 10^8 \times (10^5)^2 \text{cm}^2 = 5.1 \times 10^{18}\,\text{cm}^2.$$

Finner deretter atmosfærens masse:

$$5.1 \times 10^{18}\,\text{cm}^2 \times \frac{1.0\,\text{kg}}{1.0\,\text{cm}^2} = 5.1 \times 10^{18}\,\text{kg}.$$

**b)** Massen av oksygenet i atmosfæren blir da:

$$0.22 \times 5.1 \times 10^{18}\,\text{kg} = 1.122 \times 10^{18}\,\text{kg} \simeq 1.1 \times 10^{18}\,\text{kg}.$$

1.3.12 Plantenes nettoproduksjon av oksygen er ca. $0.9 \times 10^{13}$ kg per år. Hvor mange år ville disse plantene bruke på å bygge opp atmosfærens innhold av oksygen hvis verken dyreliv eller branner fjernet oksygen fra luften?

**Løsning:** Vi bruker svaret fra forrige oppgave og finner at det vil ta:

$$\frac{\text{antall kg}}{\text{antall kg per år}} = \frac{1.122 \times 10^{18}\,\text{kg}}{0.9 \times 10^{13}\,\text{kg/år}} = 1.247 \times 10^{5}\text{år},$$

det vil si mer enn hundre tusen år.

$\boxed{1.8.1}$ La $a$, $b$, $x$ og $y$ stå for vilkårlige reelle tall. Avgjør hvilke av implikasjonene som gjelder.

**a)** $x + a > b \implies x > b - a$

**b)** $ax + by > 5 \implies y > \frac{1}{b}(5 - ax)$

**c)** $\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > 0 \implies y > x$

**d)** $a^2 + b^2 = 0 \implies a = 0 \text{ og } b = 0$

**e)** $a^2 + b^2 = 0 \implies a = 0 \text{ eller } b = 0$

**Løsning:**

**a)** Sant.

**b)** Usant. Gjelder ikke dersom $b \leq 0$.

**c)** Sant. Merk at både $x$ og $y$ må være positive på grunn av $\frac{1}{x} > \frac{1}{y} > 0$.

**d)** Sant.

**e)** Sant. Utsagnet til høyre for implikasjonspilen sier ingen ting om at ikke begge kan være 0.

$\boxed{1.9.4}$ Løs likningen $x + 2 - \sqrt{4x + 13} = 0$.

**Løsning:**

$$\begin{aligned} x + 2 - \sqrt{4x + 13} &= 0 \\ x + 2 &= \sqrt{4x + 13} \\ (x + 2)^2 &= (\sqrt{4x + 13})^2 \\ x^2 + 4x + 4 &= 4x + 13 \\ x^2 &= 9. \end{aligned}$$

Dermed må $x = 3$ eller $x = -3$. Vi ser at $x = -3$ ikke kan være en løsning siden

$$-3 + 2 \neq \sqrt{4 \cdot (-3) + 13}.$$

Dermed blir løsningen $x = 3$.