Forkunnskap – tallfølger og grenseverdier

Tommi Brander
tommi.brander@ntnu.no

NTNU, Institutt for matematiske fag

1 Tallfølger

En tallfølge er en uendelig følge tall. Vi tar et eksempel som viser mange ulike måter å skrive én tallfølge på.

- $2, 4, 8, 16, 32, \ldots$ en konkret følge tall
- $a_n = 2^n$ en formel som gir verdien til hver term som en funksjon av n, eller hvor langt i følgen er termen
- $a_1 = 2$ og $a_{n+1} = 2a_n$ en rekursiv formel som forteller hvor følgen begynner og hva er neste termen da forrige er kjent

Her $n = 1$ tilsvarer den første termen i en følge, $n = 2$ den andre, osv. (Noe ganger er $n = 0$ den første termen.)

2 Grenseverdien til tallfølgen

På dette kurset bruker vi en intuitive definisjon av grenseverdi: Tallfølgen a_n har grenseverdi L hvis og bare hvis a_n nærmer seg L når n blir større og større. Dette betyr at alle elementene i a_n må være nesten L når n er stor nok.

- En tallfølge konvergerer, hvis det finnes et reelt tall L som er grenseverdien til tallfølgen. Vi sier også at følgen nærmer seg L.
- En tallfølge divergerer mot (plus eller minus) uendlighet, hvis a_n vokser (eller minsker) uten grenser når n blir større.
- En tallfølge divergerer i andre situasjoner.

Eksempel 1.

- $a_n = 1/n \to 0$ da $n \to \infty$, dvs. følgen konvergerer mot null da n blir større og større. På dette kurset tar vi dette som et faktum og intuitivt klart. Noen verdier i følgen: $1, 1/2, 1/3, 1/4, \ldots$
- $a_n = -n \to -\infty$ da $n \to \infty$, dvs. følgen divergerer mot uendlighet. Verdier: $-1, -2, -3, \ldots$.
- $a_n = 1 - 1/n \to 1$ da $n \to \infty$, dvs. følgen nærmer seg 1.
- $a_n = (-1)^n$, dvs. $-1, +1, -1, +1, \ldots$ divergerer, da det ikke finnes et enkelt tall L som følgen nærmer seg til.