Forkunnskap – linjer, sirkler

Tommi Brander
tommi.brander@ntnu.no

NTNU, Institutt for matematiske fag

1 Linjer i planet

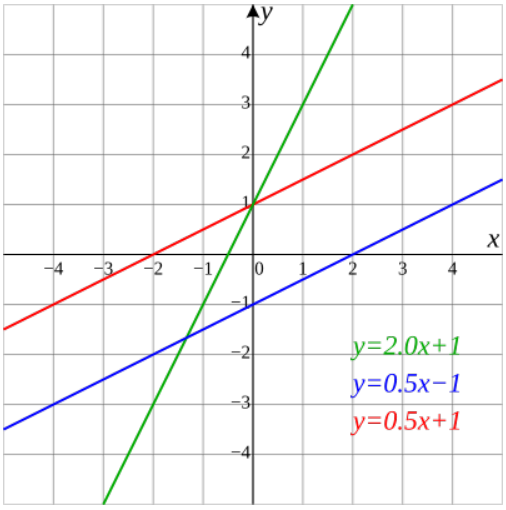
Alle linjer kan skrives i **standardformen**:

$$Ax + By + C = 0. \tag{1}$$

Ikke-vertikale linjer kan også skrives

$$y = mx + b. \tag{2}$$

Stigningstallet (engl. slope) m forteller hvor raskt linja stiger. **Konstantleddet** (engl. intercept) b forteller hvor linja krysser y-aksen. Se på figur 1. Linja med gitt stigningstallet m



Figur 1: Tre linjer med likninger. Her brukes det desimalpunkt i stedet for desimalkomma i formler.

gjennom et bestemt punkt (x_0, y_0) kan skrives

$$y - y_0 = m\,(x - x_0)\,. \tag{3}$$

To linjer med stigningstall m_1 og m_2 er

- parallelle hvis $m_1 = m_2$.
- vinkelrette hivs $m_1 \cdot m_2 = -1$.

2 Sirkler i planet og kvadratsetninger

Likninga til sirkelen er

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2, \tag{4}$$

hvor (x_0, y_0) er sentrumet og r er radiusen.

Her bruker vi kvadratsetninger, som gjelder for alle reelle tall a og b:

- $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$

Eksempel 1. Hva er sentrumet og radiusen til sirkelen med formelen

$$x^2 - 2x + y^2 + 2y - 2 = 0 \quad ? \tag{5}$$

Løsning: Vi omskriver formelen til standardformen og leser informasjonen derfra. Vi vil bruke kvadratsetninger, så vi vil ha uttrykk som $a^2 \pm 2ab + b^2$ med a som x eller y og b som et konkret tall. Vi begynner med x:

$$\begin{aligned}
& x^2 - 2x + y^2 + 2y - 2 = 0 && (6)\\
\iff\quad & x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 2y - 2 = 0 && (7)\\
\iff\quad & \left(x^2 - 2x + 1\right) + y^2 + 2y - 3 = 0 && (8)\\
\iff\quad & (x - 1)^2 + y^2 + 2y - 3 = 0. && (9)
\end{aligned}$$

Etterpå gjør vi det samme til y:

$$\begin{aligned}
& x^2 - 2x + y^2 + 2y - 2 = 0 && (10)\\
\iff\quad & (x - 1)^2 + y^2 + 2y - 3 = 0 && (11)\\
\iff\quad & (x - 1)^2 + y^2 + 2y + 1 - 4 = 0 && (12)\\
\iff\quad & (x - 1)^2 + (y + 1)^2 - 4 = 0 && (13)\\
\iff\quad & (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2. && (14)
\end{aligned}$$

Her ser vi at sentrumet er $(x_0, y_0) = (1, -1)$ og radiusen er lik 2.