

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **MA0001 Brukerkurs i matematikk A**

Faglig kontakt under eksamen: Ole Fredrik Brevig

Tlf: 97 96 34 19

Eksamensdato: ?? . august 2019

Eksamenstid (fra-til): ??:00-?:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: D: Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt, enkel kalkulator tillatt.

Annen informasjon:

Alle svar skal begrunnes, og det skal være med så mye mellomregning at fremgangsmåten fremgår tydelig av besvarelsen. Eksamenssettet består av 10 oppgaver som alle teller like mye.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 1

Antall sider vedlegg: 1

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig <input type="checkbox"/>	2-sidig <input checked="" type="checkbox"/>
sort/hvit <input checked="" type="checkbox"/>	farger <input type="checkbox"/>
skal ha flervalgskjema <input type="checkbox"/>	

Dato

Sign

Oppgave 1 Forenkle uttrykket $2x^{1/8} - \sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}$ så mye som mulig.

Oppgave 2 Regn ut grenseverdien $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2n + 3n^2}{3 + 2n + n^2}$.

Oppgave 3 Finn den deriverte av funksjonen $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ for $x > 0$.

Oppgave 4 Finn den deriverte av funksjonen $f(x) = \sqrt[3]{\sin(3x)}$.

Oppgave 5 Finn et tall a slik at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{e^{2x} - 1} & \text{for } x \neq 0, \\ a & \text{for } x = 0, \end{cases}$$

er kontinuert i $x = 0$.

Oppgave 6 Hvor mange løsninger har ligningen

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

på intervallet $-2 \leq x \leq 2$?

Oppgave 7 Finn andre grads Taylorpolynom til funksjonen

$$f(x) = e^{(e^x - 1)}$$

i punktet $a = 0$.

Oppgave 8 Finn alle funksjoner f som oppfyller $f''(x) = 6x$.

Oppgave 9 Regn ut midtpunkt-estimatet M_3 for integralet

$$\int_{-3}^3 x^2 \cos(\pi x) dx.$$

Oppgave 10 Finn gjennomsnittsverdien til funksjonen $f(x) = \sqrt{3x} + \sin(\pi x)$ på intervallet $0 \leq x \leq 3$.

Regneregler for potenser. For $a > 0$ er

$$\bullet a^x a^y = a^{x+y} \quad \bullet \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad \bullet (a^x)^y = a^{xy} \quad \bullet a^x = e^{x \ln(a)}$$

Regneregler for logaritmer. For $x, y > 0$ er

$$\bullet \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y) \quad \bullet \ln(x/y) = \ln(x) - \ln(y) \quad \bullet \ln(x^a) = a \ln(x)$$

Trigonometriske identiteter.

$$\bullet \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1 \quad \bullet \cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) \quad \bullet \sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$$

Ligning til en sirkel. Ligningen til en sirkel med sentrum (a, b) og radius $r > 0$ er $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

Tangentligner. Ligningen for tangentlinjen til $y = f(x)$ i punktet x_0 gitt ved $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Regneregler for derivasjon. Hvis f og g er deriverbare i x , så gjelder:

$$\bullet (fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\bullet \left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \quad (\text{gitt at } g(x) \neq 0)$$

Kjerneregelen. Hvis g er deriverbar i x og f er deriverbar i $g(x)$, så er $\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$.

Derivasjon av potensfunksjoner. $\frac{d}{dx} x^r = rx^{r-1}$

Derivasjon av eksponential- og logaritmefunksjon. $\frac{d}{dx} e^x = e^x$ og $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$.

Derivasjon av trigonometriske funksjoner. $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$ og $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$ og $\frac{d}{dx} \tan(x) = 1 + \tan^2(x)$

Derivasjon av inversfunksjoner. Hvis f er deriverbar og injektiv (en-til-en), så er

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(x)}$$

dersom $y = f(x)$ og $f'(x) \neq 0$.

Newtons metode. $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

Taylorpolynomer. Taylorpolynomet til f av grad n om punktet a er

$$P_n(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x - a)^n.$$

Hvis $E_n(x) = f(x) - P_n(x)$, så er $E_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x - a)^{n+1}$ for en c mellom a og x .

Noen ubestemte integraler. Her er $a \neq 0$ og $r \neq -1$.

$$(1) \int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C$$

$$(2) \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$(3) \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$(4) \int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax) + C$$

$$(5) \int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax) + C$$

Midtpunktregelen. La $s = (b - a)/n$ og $c_k = a + s(k - 1/2)$ for $k = 1, 2, \dots, n$. Da er

$$\int_a^b f(x) dx \approx M_n = s(f(c_1) + f(c_2) + \dots + f(c_n)).$$

Dersom $|f''(x)| \leq K$ for alle $a \leq x \leq b$, så er

$$\left| \int_a^b f(x) dx - M_n \right| \leq \frac{K(b-a)^3}{24n^2}.$$

Leibniz' regel. $\frac{d}{dx} \int_{h(x)}^{g(x)} f(y) dy = f(g(x))g'(x) - f(h(x))h'(x)$.