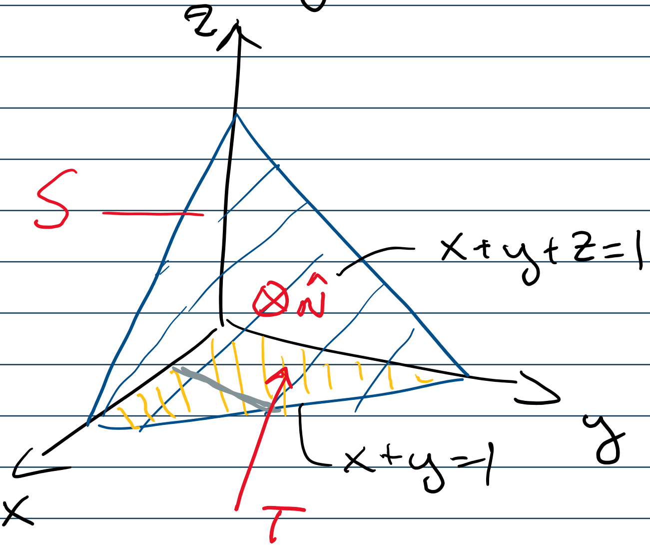
Uke 43 Onsdag Ekstra

Wednesday, 27 October 2021 15:51

Hva er fluksen til $\vec{F}(x,y,z) = (x^2, y^2, -z^2)$ ned gjennom den delen av $x+y+z=1$ som ligger i første oktant?



Flaten er på formen $G(x,y,z) = x+y+z-1 = 0$, så $\vec{n} = (1,1,1)$

Dermed er $d\vec{S} = -(1,1,1)\,dx\,dy$ vektorarealelementet som svarer til orientering med nedoverpekende normal.

Fluksen blir

$$\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S} = \int_0^1 \int_0^{1-x} (x^2, y^2, -z^2)\cdot\left(-(1,1,1)\,dy\,dx\right)$$

$$= \int_0^1 \int_0^{1-x} \left(\underbrace{(1-x-y)^2}_{z} - x^2 - y^2\right) dy\,dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^{1-x} \left(1 - 2x - 2y + 2xy\right) dy\,dx$$

$$= \int_0 \int_0 (1-2x-2y+2xy)\,dy\,dx$$

$$= - \int_0^1 (1-x)x^2\,dx = -\frac{1}{12}$$