Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4110
Matematikk 3
Høst 2010

Øving 6 – Veiledning uke 40

Fra Edwards & Penney, avsnitt 1.4

Gitt to matriser A og B, bestem hvilket av produktene AB og BA som er definert, og regn det ut.

$\boxed{9}$ $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

Skriv først det homogene systemet på matriseform $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Løs deretter systemet, og skriv løsningen på vektorform.

$\boxed{20}$

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 \qquad\qquad + \ 7x_5 &= 0 \\ x_3 \quad - \ 2x_5 &= 0 \\ x_4 - 10x_5 &= 0 \end{aligned}$$

$\boxed{34}$ Finn en 2×2 matrise A hvor hvert element er enten 1 eller -1, slik at $A^2 = 0$. Formelen fra oppgave 29, $A^2 = (a+d)A - (ad - bc)I$ for $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ der $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ er 2×2 identitetsmatrisen, kan være til hjelp.

$\boxed{39}$ Bruk matrisemultiplikasjon til å vise at hvis $\mathbf{x}_1$ og $\mathbf{x}_2$ er to løsninger av det homogene systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ og c_1 og c_2 er reelle tall, så er $c_1\mathbf{x}_1 + c_2\mathbf{x}_2$ også en løsning.

$\boxed{40}$ **a)** Bruk matrisemultiplikasjon til å vise at hvis $\mathbf{x}_0$ er en løsning av det homogene systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ og $\mathbf{x}_1$ er en løsning av det inhomogene systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, så $\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_1$ også en løsning av det inhomogene systemet.

b) Anta at $\mathbf{x}_1$ og $\mathbf{x}_2$ er løsninger av det inhomogene systemet i **a)**. Vis at $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ er en løsning av det homogene systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 1.5

Bruk metoden fra eksempel 7 til å finne inversen A^{-1} til hver matrise A.

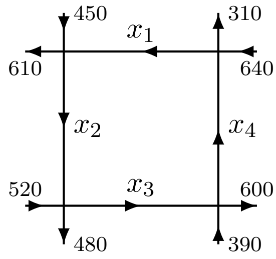
$\boxed{17}$ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

$\boxed{22}$ $\begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

32 Vis at dersom A er en invertibel matrise og $AB = AC$, da er $B = C$.

Eksamensoppgaver (`http://www.math.ntnu.no/emner/TMA4115/2010v/eksamen/xoppg.pdf`)

A-22 I en by er det fire enveiskjørte gater som krysser hverandre som på figuren. Antall biler som passerer pr. time er angitt på figuren.



Vis at $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ tilfredsstiller et ligningssystem på formen

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

og løs det. Hva blir x_1, x_2 og x_3 når $x_4 = 200$?

A-23 I byen Patos blir hvert år 30 % av de gifte kvinnene skilt, og 20 % av de ugifte blir gift. I byen er det i øyeblikket 8000 gifte kvinner og 2000 ugifte. Anta at det totale kvinnetallet er konstant. Ifølge lokale lover kan en kvinne kun gifte eller skille seg en gang i året.

Vis hvordan antallet gifte og ugifte kvinner etter n år bestemmer antallet gifte og ugifte kvinner etter $(n + 1)$ år. Bruk dette til å regne ut hvor mange gifte og ugifte kvinner det er etter 1, 2 og 3 år.

Flervalgsoppgaver

1 Finn AB for 2×2-matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

A: $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

2 For hvilken c har ikke 2×2-matrisen $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ c & 2 \end{bmatrix}$ en invers matrise?

A: $c = 0$ **B:** $c = -2$ **C:** $c = 2$ **D:** $c = -1/2$

Fasit

EP 1.4

9. $BA = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ -22 \end{bmatrix}$

EP 1.5

17. $A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -6 & -3 \\ -2 & -2 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

Eksamensoppgaver

A-22 $x_1 = 330 + t$, $x_2 = 170 + t$, $x_3 = 210 + t$, $x_4 = t$

Når $x_4 = 200$, er $x_1 = 530$, $x_2 = 370$, $x_3 = 410$

A-23 $\begin{bmatrix} G_{n+1} \\ U_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.3 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_n \\ U_n \end{bmatrix}$;

n	0	1	2	3
G_n	8000	6000	5000	4500
U_n	2000	4000	5000	5500