Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Eugenia Malinnikova (73550257/47055678)

Eksamen i TMA4110/TMA4115 Matematikk 3

Bokmål
11. august 2010
Tid: 09:00 - 13:00

Hjelpemidler (kode C): Enkel kalkulator (Hewlett Packard HP30S eller Citizen SR-270X)
Rottmann: *Matematiske formelsamling*

Alle svar skal begrunnes og det skal gå klart frem hvordan svarene er oppnådd.

Oppgave 1 Finn alle løsninger av likningen $z^2 + i\bar{z} - 1/4 = 0$.

Oppgave 2

a) For hvilke verdier av parametrene a og b er $y = xe^x$ en løsning av likningen $y'' + ay' + by = 0$?

b) Et legeme har masse m og bevegelseslikning $my'' + 4y' + y = 0$. For hvilke m er bevegelsen overdempet?

Oppgave 3

a) Løs initialverdiproblemet $y'' - 3y' + 2y = 0$; $y(0) = 1$; $y'(0) = 2$.

b) Finn generell løsning av $y'' - 3y' + 2y = e^x - 5\sin x$.

Oppgave 4

a) Finn to lineært uavhengige løsninger y_1, y_2 av likningen

$$y'' - 6x^{-1}y' + 12x^{-2}y = 0,$$

og beregn Wronskideterminanten $W(y_1, y_2)$.

b) Finn generell løsning av $y'' - 6x^{-1}y' + 12x^{-2}y = x^4$.

Oppgave 5 La

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

Finn en basis for søylerommet (kolonnerommet), radrommet og nullrommet til matrisen A.

Oppgave 6 For hvilke verdier av parameteren a er vektorene $\mathbf{v}_1 = (1, -3, a)$, $\mathbf{v}_2 = (0, 1, a)$ og $\mathbf{v}_3 = (a, 2, 0)$ lineært avhengige?

Oppgave 7 Gitt matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \\ -1 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

a) Løs likningen $Ax = 0$.

b) Finn egenverdiene og egenvektorene til A.

Oppgave 8 Et kjeglesnitt er gitt ved likningen

$$3x^2 + 8xy - 3y^2 = 10.$$

Innfør et nytt koordinatsystem slik at likningen kommer på enklest mulig (standard) form. Bestem hva slags kjeglesnitt dette er, lag en skisse i xy-planet, og tegn også inn aksene for det nye koordinatsystemet.

Oppgave 9 En diagonaliserbar matrise A tilfredstiller $A^4 = A$, vis at $A^2 = A$.