

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.4

BEVEGELSE UTEN DEMPING (HARMONISKE SVINGNINGER)

- 1 (Initialverdiproblem) Finn den harmoniske bevegelsen $y(t) = A \cos \omega_0 t + B \sin \omega_0 t$ som starter fra y_0 med start hastighet v_0 . Skisser løsningene for $\omega_0 = \pi$, $y_0 = 1$ og forskjellige v_0 i samme koordinatsystem. For hvilke t -verdier skjærer alle disse kurvene hverandre? Hvorfor?

- 6 (Arkimedes' lov) Når vi senker et legeme ned i vann, får det en oppdrift som er lik tyngden av den fortrengte vannmengden ifølge Arkimedes' lov. Den sylindriske bøyen med diameter 60 cm i figur 42 flyter i vann slik at aksens er vertikal. Når den presses nedover og slippes, settes den i vertikale svingninger med periode 2 sekunder. Hva er bøyens masse?

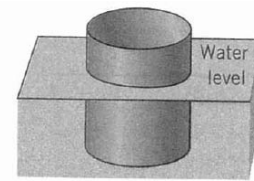


Fig. 42. Buoy (Problem 6)

DEMPET BEVEGELSE

- 14 (Dempningskonstanten) Betrakt en underdempet bevegelse for et legeme med masse $m = 2$ kg. Anta at tiden mellom to påfølgende maksima er 2 s, og at maksimumsamplituden minker til $\frac{1}{4}$ av sin første verdi etter 15 svingninger. Bestem dempningskonstanten til systemet.

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.5

GENERELL LØSNING Finn en (reell) generell løsning. Vis utregningene.

1 $x^2 y'' - 6y = 0$

INITIALVERDIPROBLEM Løs og skissér grafen til løsningen. Vis utregningene.

11 $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$

Fra Kreyszig (9. utgave) avsnitt 2.6

LØSNINGSBASISER. TILSVARENDE LIGNINGER. WRONSKIDETERMINANTER Finn en differensialligning $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ som har de oppgitte funksjonene som løsninger. Vis lineær uavhengighet (a) ved å betrakte kvotienter, (b) ved Teorem 2.

4 x^3, x^{-2}

8 e^{-2x}, xe^{-2x}

13 $e^{-x} \cos(0.8x), e^{-x} \sin(0.8x)$

Flervalgsoppgaver

- 1 Differensialligningen $x^2 y'' - 5xy' + by = 0$, $x > 0$, der b er et reellt tall, har to lineært uavhengige løsninger $y_1 = x^4$ og $y_2 = x^m$. Bestem m .

A: $m = 1$

B: $m = 2$

C: $m = -3$

D: $m = -9$

- 2 Hvilket par av funksjoner $y_1(x), y_2(x)$ kan ikke være lineært uavhengige løsninger av en 2.ordens lineær homogen differensialligning $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ på intervallet $(-1, 1)$?

A: $y_1 = x, y_2 = x^2$ **B:** $y_1 = e^{-x}, y_2 = e^{2x}$ **C:** $y_1 = 1, y_2 = x$ **D:** $y_1 = e^x \cos x, y_2 = e^x \sin x$

Fasit

Kreyszig 2.4

1. $y = y_0 \cos \omega_0 t + (v_0/\omega_0) \sin \omega_0 t$. Ved heltallige t (hvis $\omega_0 = \pi$), på grunn av periodisitet.

Kreyszig 2.5

1. $c_1 x^3 + c_2 x^{-2}$
 11. $3x^2 - 2x^3$

Kreyszig 2.6

13. $y'' + 2y' + 1.64y = 0, W = 0.8e^{-2x}$.