Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4110
Matematikk 3
Høst 2010

Øving 7 – Veiledning uke 41

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.1

2×2-DETERMINANTER Regn ut følgende determinant:

5 $\begin{vmatrix} 7 & 11 \\ 4 & -8 \end{vmatrix}$.

CRAMER'S REGEL Bruk Cramer's regel for å løse systemet:

17 $7x + 4y = 2$
$8x + 5y = 1$

31 Vis at $(AB)^T = B^T A^T$, dersom A og B er 2×2-matriser.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.2

HØYERE ORDENS DETERMINANTER OG KOFAKTOREKSPANSJONER Bruk kofaktorekspansjoner til å regne ut determinantene under. Ekspander langs den raden eller kolonnen som resulterer i minst mulig utregninger.

8 $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 6 \\ 9 & -3 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

15 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 6 & 9 & 8 \\ 4 & 0 & 10 & 7 \end{vmatrix}$

Regn ut de oppgitte determinantene ved først å forenkle utregningene (slik som i eksempel 4) ved å legge til et passende multiplum av en rad eller kolonne til en annen.

22 $\begin{vmatrix} -3 & 6 & 5 \\ 1 & -2 & -4 \\ 2 & -5 & 12 \end{vmatrix}$

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.3

DETERMINANTER OG ELEMENTÆRE RADOPERASJONER Bruk Gausseliminasjon for å regne ut determinantene under.

9 $\begin{vmatrix} -4 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}$.

26 En kvadratisk matrise A sies å være *ortogonal* dersom $A^T = A^{-1}$. Vis at da er $|A| = 1$ eller $|A| = -1$.

27 Matrisene A og B sies å være similære hvis $A = P^{-1}BP$ for en inverterbar matrise P. Vis at hvis A og B er similære, så er $\det A = \det B$.

Eksamensoppgaver

(`http://www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2010h/eksoppg/xoppg.pdf`)

A-49 En reell $n \times n$–matrise har egenskapen

$$A^2 = A.$$

Vis at determinanten til A er 0 eller 1. Vis at hvis $\det A = 1$, så er $A = I$ (identitetsmatrisen). Må A være nullmatrisen hvis $\det A = 0$? Begrunn svaret.

Flervalgsoppgaver

1 Bestem redusert echelonform for matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 6 \\ 2 & 6 & 7 & 10 \\ 1 & 3 & 1 & 10 \end{bmatrix}.$$

A: $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **B:** $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **C:** $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **D:** $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

2 For hvilke(n) k er matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & k & 4 \\ k & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

ikke inverterbar?

A: $k = 2$ **B:** $-1 \leq k \leq 2$ **C:** $k = -1$ **D:** $k = 2$ og $k = -1$.

Fasit

EP 2.1
5. -100
17. $x = 2, y = -3$
EP 2.2
15. -210
EP 2.3
9. 78
27. $|A| = |P^{-1}BP| = |P^{-1}||B||P| = (1/|P|)|B||P| = |B|$