



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske fag

# TMA4245 Statistikk

## Vår 2023

### Skriftlig innlevering 1

#### Oppgave 1

I ett lotteri er det 100 lodd. Ett av loddene gir gevinst **A**, ett av loddene gir gevinst **B**, og de 98 andre loddene gir ingen gevinst. Per kjøper 4 lodd som han trekker tilfeldig uten tilbakelegging.

Hva er sannsynligheten for at han vinner gevinst **A**?

Per forteller at han vant gevinst **A**. Hva er sannsynligheten for at han også vant gevinst **B**?

Per forteller at han vant minst en gevinst. Hva er sannsynligheten for at han vant både gevinst **A** og **B**?

#### Oppgave 2

La  $A$  og  $B$  være to hendelser i et utfallsrom  $S$ , der  $P(A) = 0.2$ ,  $P(B) = 0.5$  og  $P(A \cup B) = 0.6$ . Er hendelsene  $A$  og  $B$  disjunkte? Er hendelsene  $A$  og  $B$  uavhengige?

#### Oppgave 3

I en knivskuff ligger det 20 kniver. 10 har hvitt skaft og 8 har rustfritt blad, mens 6 ikke har noen av disse egenskapene. 4 kniver velges tilfeldig ut.

a) Hvor mange ulike måter kan en trekke 4 av 20 kniver på?

Hvor stor er sannsynligheten for at

b) alle 4 har både hvitt skaft og rustfritt blad? *Tips: Tegn et venndiagram for å illustrere problemet.*

c) akkurat én kniv har både hvitt skaft og rustfritt blad, mens akkurat 2 har hverken hvitt skaft eller rustfritt blad?

#### Oppgave 4

I en befolkning er 5% av mennene og 0.25% av kvinnene fargeblinde. I en gruppe personer fra denne befolkningen er det dobbelt så mange kvinner som menn. En person som trekkes tilfeldig fra denne gruppen viser seg å være fargeblind. Hva er sannsynligheten for at vedkommende

er en mann?

### Oppgave 5

Vis ved hjelp av venndiagram at

$$\left. \begin{aligned} (A \cup B)' &= A' \cap B' \\ (A \cap B)' &= A' \cup B' \end{aligned} \right\} \text{de Morgans lov(er)}$$

og at

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

### Oppgave 6

Det har kommet en effektiv behandling for en dødelig sykdom der en tidligere ikke hadde noen behandling. Det planlegges en masseundersøkelse av alle voksne nordmenn, dvs. 3 mill. individer. En vet at sannsynligheten for at en voksen nordmann har denne sykdommen er 0.003. En ønsker altså å identifisere de individer som har sykdommen med en laboratoriumsprøve.

En vet at for en person med denne sykdommen så vil prøven slå ut med sannsynlighet 0.99. På den andre side så vil prøven slå ut feilaktig på personer uten sykdommen med sannsynlighet 0.005.

Hendelsen at en person har sykdommen benevnes  $D$  og hendelsen at prøven slår ut benevnes  $A$ .

a) Hvor mange voksne nordmenn ville en forvente har sykdommen?

Hvor mange av disse vil en forvente ikke blir avslørt av prøven?

Benytt Bayes regel og utled svarene i den notasjon som er gitt over før tallsvar regnes ut:

b) Hva er sannsynligheten for at en person som prøven har slått ut for, ikke har sykdommen?

Hva er sannsynligheten for at en person som prøven ikke har slått ut for, har sykdommen?

Gi en kort kommentar til svarene.

### Fasit

1.  $4/100$ ,  $1/33$ ,  $1/65$

**3.** a) 4845 b) 0.0002 c) 0.12

**4.** 0.90909

**6.** a) 9000, 90 b) 0.6266,  $3.02 \cdot 10^{-5}$