



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske fag

TMA4245 Statistikk  
Vår 2022

Anbefalte oppgaver 3

### Oppgave 1

La  $X$  være en diskret fordelt stokastisk variabel med utfallsrom  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ . Punktsannsynlighetene for hvert utfall er gitt i følgende tabell

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1

Regn ut forventningsverdien til  $X$ .

Bestem sannsynlighetene

$$P(X \geq 0) \quad \text{og} \quad P(X \geq 0 | X \leq 1).$$

### Oppgave 2

La  $X$  være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{for } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der  $k$  er en konstant.

Bestem  $k$  slik at  $f(x)$  er en gyldig sannsynlighetstetthet, og skisser  $f(x)$ .

Beregn sannsynlighetene  $P(X \leq 0.6)$  og  $P(X \leq 0.8 | X > 0.6)$ .

### Oppgave 3

La  $X$  og  $Y$  være diskret fordelte stokastiske variabler der  $X, Y \in \{0, 1, 2\}$ . La  $f(x, y) = P(X = x, Y = y)$  være simultan punktsannsynlighet for  $X$  og  $Y$  og anta at  $f(x, y)$  er som angitt i følgende tabell.

$x \backslash y$	0	1	2
0	0.10	0.25	0.15
1	0.06	0.15	0.09
2	0.04	0.10	0.06

a) Finn  $P(X > Y)$ .

Finn (marginal) punktsannsynlighet for  $X$  og for  $Y$ .

Er  $X$  og  $Y$  uavhengige? Begrunn svaret!

#### Oppgave 4

I denne oppgaven kan du bruke uten å vise det at

$$\int_0^{\infty} x^r e^{-ax} dx = \frac{r!}{a^{r+1}} \text{ når } a > 0 \text{ og } r \text{ er et heltall } \geq 0$$

Vi betrakter ankomst- og oppholdstider for et bestemt lokaltog på en jernbanestasjon. Toget skal etter rutetabellen ankomme hver hverdag klokka 8:00, men kommer alltid etter dette tidspunktet.

La  $X$  (minutter) betegne togets forsinkelse på en tilfeldig valgt hverdag. Vi antar at  $X$  er en stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$g(x) = \begin{cases} kxe^{-2x} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases}$$

der  $k > 0$  er en konstant.

a) Vis at  $k = 4$ .

Hva er den forventede forsinkelse for toget?

Vis at sannsynligheten for at toget er mer enn 2 minutter forsinket er tilnærmet lik 0.09.

La  $Y$  (minutter) være den tiden toget står på stasjonen. Oppholdstiden  $Y$  vil være influert av forsinkelsen, og vi antar at den betingede sannsynlighetstetthet  $f(y|x)$  for  $Y$ , gitt at forsinkelsen  $X$  er lik  $x$  ( $> 0$ ), er gitt ved

$$f(y|x) = \begin{cases} (x/2) e^{-xy/2} & \text{for } y > 0 \\ 0 & \text{for } y \leq 0 \end{cases}$$

b) Hvilken fordeling har oppholdstiden  $Y$  når det er gitt at forsinkelsen er 2 minutter?

Hva er forventet oppholdstid når forsinkelsen er 2 minutter?

Sett opp simultantettheten  $f(x, y)$  for  $X$  og  $Y$ .

Finn sannsynlighetstettheten  $h(y)$  for oppholdstiden  $Y$ .

#### Fasit

1. 0.1, 0.8, 0.78

2. 0.75, 0.896, 0.728

3. a) 0.2,  $X$  og  $Y$  er uavhengige