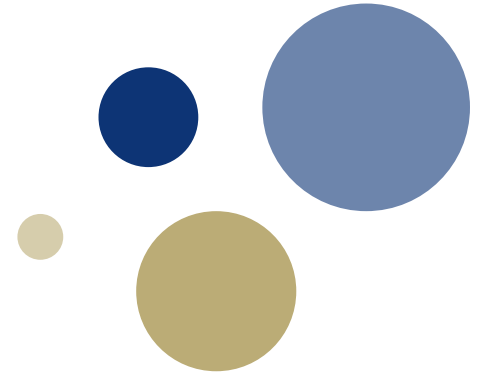




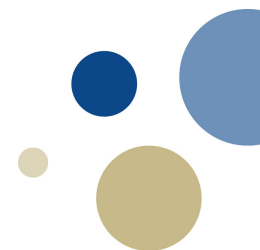
Norwegian University of
Science and Technology



TMA4115: Matematikk 3 introduksjon

A. Schmeding – v24

Velkommen til Matematikk 3!



«Omvendt klasserom» undervisning

Vi forventer at dere er kjent med notater/videoer

FØR dere møter opp for de interaktive forelesninger

	Mandag	Tirsdag		Onsdag	Torsdag	Fredag	
8-10					Interaktiv forelesning 1 R5		
10-12					Interaktiv forelesning 2 R5	Interaktiv forelesning 3 VE1	
12-14	Mattelab S7/S8	Mattelab S7/S8	Plenumsregning R1	Mattelab S7/S8	Mattelab S7/S8	Interaktiv forelesning 4 VE1	Mattelab S7/S8
14-16							
16-18	Mattelab S7	Mattelab S7		Mattelab S7	Mattelab S7		

Skriftlige innleveringer: Kravet er at **minst 5 av 7** må leveres inn innen aktuell tidsfrist og bli godkjent

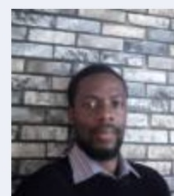
Nettside TMA4115

- Nettsida til matematikk 3 har alle informasjonen og en FAQ (spesiell om eksamen). Sjekk det først!

<https://wiki.math.ntnu.no/tma4115/2024v/start>

- Informasjoner om...
 - ... Eksamen
 - ... Øvinger
 - ... Notater / Videoer
 - ... Mye mer finnes på nettsida!

Forelesere:



Nicholas Aidoo



Erik Hermansen



Alexander Schmeding

Plenumsregner:

Emilie Lyse Olsen

Referansegruppe

Vi trenger frivillige til å være med i referansegruppe for emnet.

- Ideelt sett 1–2 studenter fra hvert studieprogram.
- Begge kjønn.

Det innebærer å

- delta på tre møter med fagstaben, hvert på ca. 45 min;
- ta i mot innspill fra medstudenter og varsle faglærer om eventuelle problemer og forbedringspotensial i opplegget;
- levere sluttrapport i NTNUs kvalitetssystem.

Hvis du kan tenke deg å være med i referansegruppen, send en e-post til **alexander.schmeding@ntnu.no** med navn og studieprogram.

Læringsutbytte i emnet

1. Kunnskap.

Studenten kan gjenkjenne, forstå og anvende grunnleggende begreper og metoder fra lineæralgebra i Euklidske rom og system av differensialligninger.

2. Ferdigheter.

Studenten kan anvende sin kunnskap om lineæralgebra og system av differensialligninger til å formulere og løse problemer i matematikk og naturvitenskap/teknologi, om nødvendig supplert med bruk av matematisk programvare.

Tema i Matematikk 3

- **Komplekse tall**
vi finner løsninger til
 $x^2 = -1$, *dvs.* $\sqrt{-1}$
- **Lineær algebra**
hvordan løse lineære
ligninger?
 $ax + by = c$
 $dx + fy = e$

- **Differensialligninger**
vi ser på ligninger for
ukjente funksjoner
som involverer deres
deriverte

$$f'(x) = f(x)$$

Spesielt bryr vi oss om lineære
differensialligninger, som, for eksempel

$$y'' + py' + qy = 0$$

(her bruker vi y for en ukjent funksjon,
og skriver kortere $y = y(x)$)

Komplekse tall?

- Hver gang dere har lært nye tall (negative tall, brøk,...) var det mulig å løse mer ligninger, dvs. man får språket for å snakke om og løse mer matematiske problemer.

- Komplekse tall introduseres for å løse problemet at

$$x^2 = -1$$

har ingen reell talls løsning.

- Ide: Introduser ett nytt tall

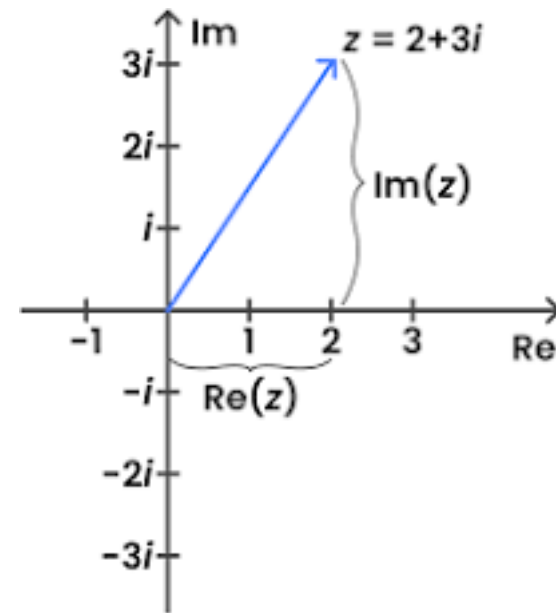
$$i = \sqrt{-1} \text{ (imaginær enhet)}$$

- Det gir oss komplekse tall som

$$1 + i, -2i \text{ osv.}$$

Generellt form:

$$a + ib \text{ med } a, b \text{ reelle tall}$$



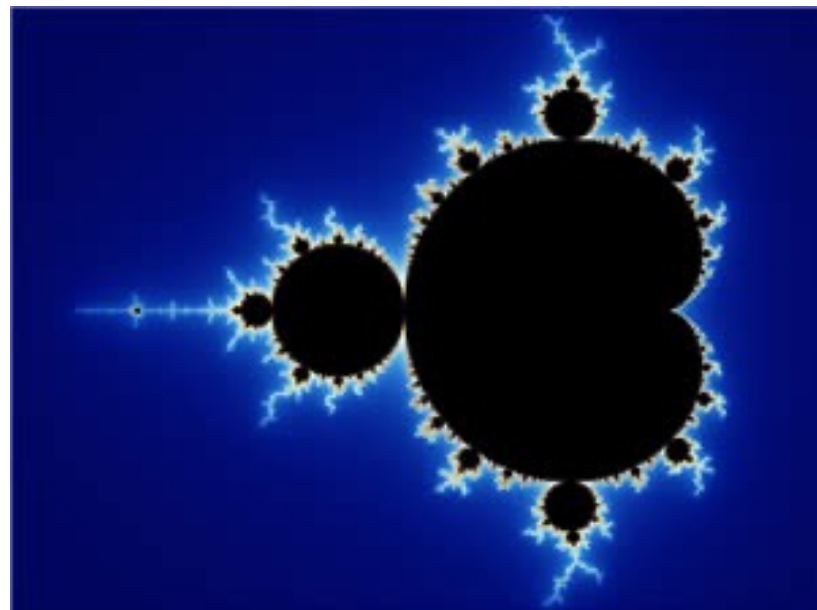
Komplekse tall

- Har mange
anvendelser
 - elektroteknikk
 - fysikk
 - kommunikasjon (FFT)
- Har dårlig PR. De heter **komplekse** tall, ikke kompliserte tall.

Man kan regne med komplekse tall, for eksempel gange og addere dem. Så vi kan gi mening til

$$f(z) = z^2 + c$$

For komplekse tall.



Lineær algebra



Anvendelse

- Løs lineære ligninger, f.eks. $ax + by = c$
- **Økonomi**: optimering
- **Datavitenskap**: Maskinlæring er i store deler anvendt lineær algebra
- Google er bygd på lineær algebra
→ Page Rank algoritmen

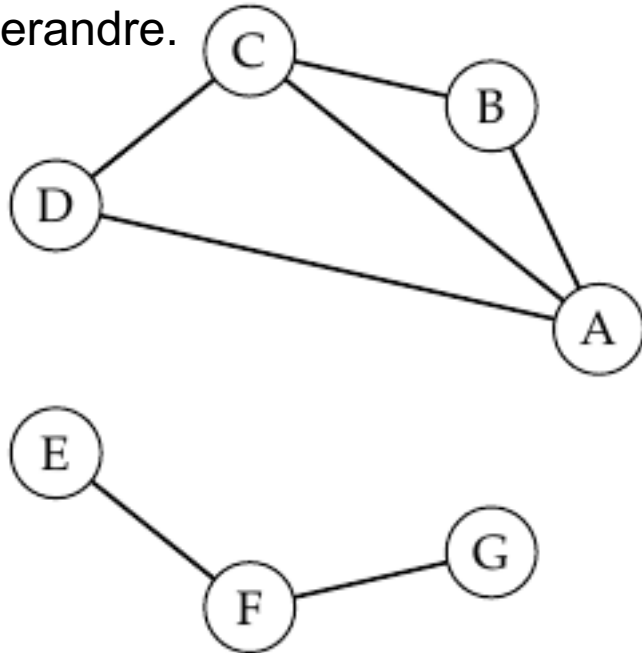
Abstraksjon

- Vektorer og matriser
 $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $[a \quad b]$, og $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
- Vektorrom, baser
- Lineære transformasjoner
- Determinanter
- Indre produkter
- Ortogonale projeksjoner

Det er verdt å lære begrepene pga. det finnes så mange situasjoner man kan utnytte lineære metoder

Venner i ett sosialt nettverk

Vi ser på ett sosialt nettverk av personer, hver kant viser at personene er venner med hverandre.



Spørsmål:

Hvordan kan man lage en algoritme som foreslå at B og D skulle være venner?

Finn ut at B og C er i samme del av grafen !

$$L = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Analysen av egenskaper til matrisen L gir svar!

→ **nullrommet** til L

→ Spectral clustering

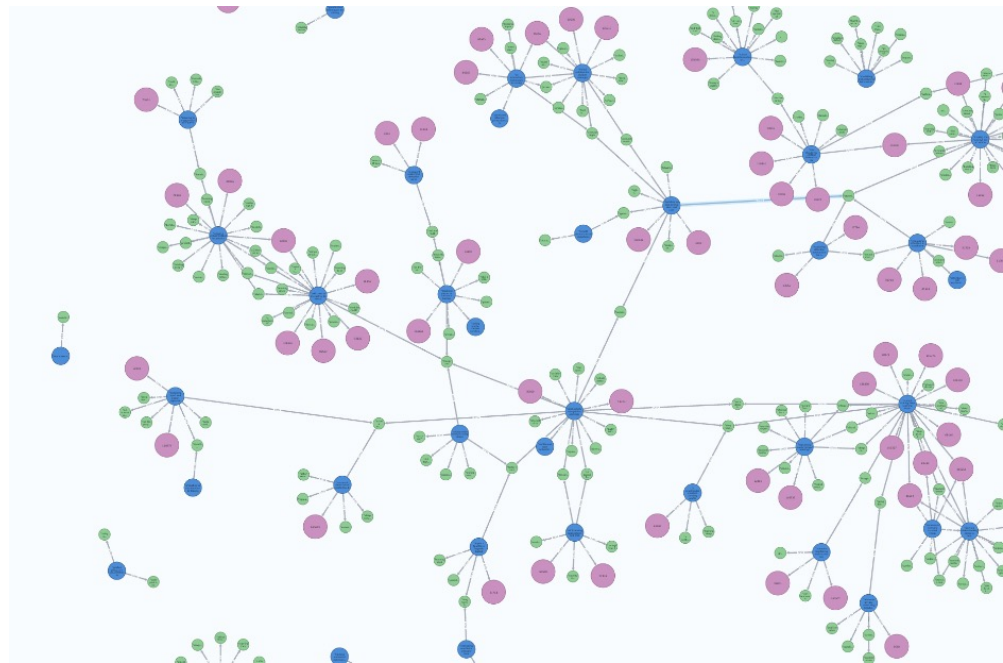
Lineær algebra i den ekte verden...

For moderne lineær algebra bruker man en datamaskin og programmering

- **Programmering er ikke i pensum**
- **Fokus er på begrep og metoder**

Skal uansett peke på noen notater om programmering og lineær algebra

I siste eksempel:
Sosiale nettverker er ikke enkelt, grafene ser vanligvis mer sånn ut:



Lineære differensialligninger

En differensialligning er en ligning hvor vi leter etter en ukjent funksjon. Ligningen er gitt ved hjelp av deriverte av funksjonen.

Eksempel:

$$f(x) = f'(x)$$

Eller $y = y'$

(vi er lat og liker å skrive ikke mer enn nødvendig)

I kurset skal vi bare se på **lineære differensialligninger**, dvs. ligninger av formen

$$y'' + py + q = g(x)$$

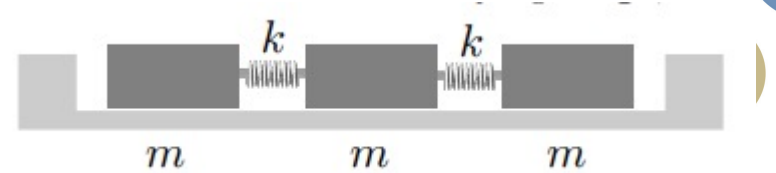
p, q konstant, g en funksjon

Disse brukes i

- Kjemi,
- Fysikk,
- Biologi,
- økonomi, ...

Koblet fjærmassesystem

La $x_i(t)$ være horisontalt posisjon av den i te togvogn



Et enkelt modell for å beskrive utvikling av systemet er

$$mx_1'' = -kx_1 + kx_2 + 0x_3$$

$$mx_2'' = kx_1 - 2kx_2 + kx_3$$

$$mx_3'' = 0x_1 + kx_2 - kx_3$$

Ved hjelp av vektorer og matriser blir systemet

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \\ x_3'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k & k & 0 \\ k & -2k & k \\ 0 & k & -k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Vi skal lære i løpet av semesteret hvordan man løser slike systemer ved hjelp av lineær algebra!