Lineære ligninger

$2x = -1$

$ax + by + cz = d$

hvor a, b, c, d er konstanter

Hastighet hvis akselerasjon er konstant $at = h$

"Enkelt"

ikke lineære ligninger

$x^2 = -1$

$e^x + \cos y = 42$

$x + 2y \quad (= \ldots)$

$3x + 4y \quad (= \ldots)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Gausseliminasjon

$$\left[\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{array}\right]$$

utvidet koeffisientmatrise til ligningssystemet

$*x + *y + *z = *$

bruk radoperasjon

$$\left[\begin{array}{ccc|c} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{array}\right]$$

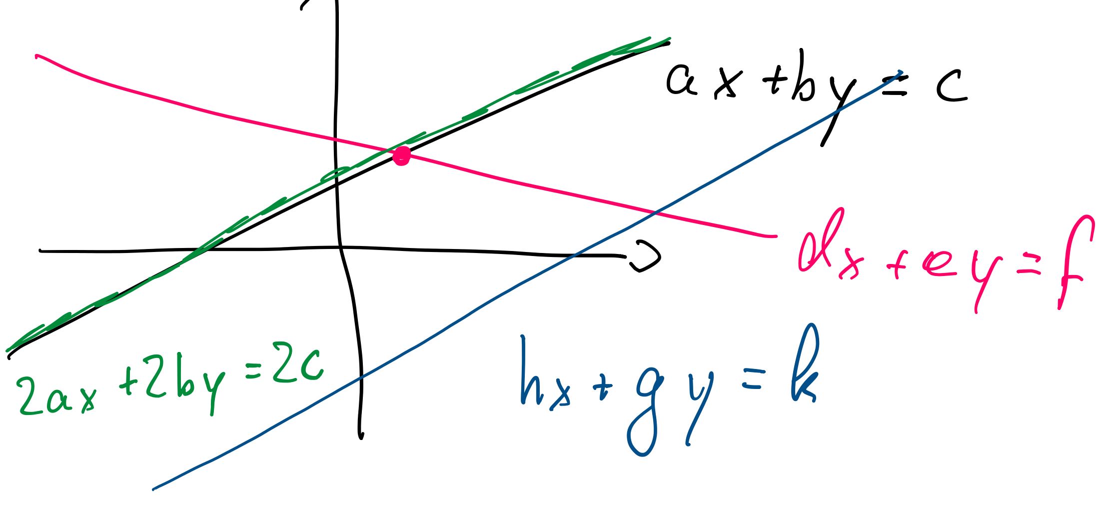
radredusert

$\hookrightarrow \; *z = * \iff z = \ldots$

Lineær ligning uten løsninger

$0 = 0 \cdot x = 1$

Hvor mange løsninger kan et lineært system ha?



Ligningssystemet	# løsninger
og	1
og	0
og	∞

Klassifisering gjelder for alle lineære systemer uavhengig av antall ukjente eller ligninger

uten pivotelement, det tilsvarende variabel der derfor fri

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{2} & 3 & 1 \end{array}\right] \longleftrightarrow \begin{array}{l} x + z = 1 \\ 2y + 3z = 1 \end{array}$$

pivot elementer

trappform

ingen pivot element

z er fri

$$\begin{array}{l} x + z = 1 \\ 2y + 3z = 1 \end{array} \iff \begin{array}{l} x = 1 - z \\ y = \frac{1 - 3z}{2} \end{array}$$

derved har systemet ∞-mange løsninger (pga. at det finnes frie variabler)

kolonne uten pivotelement

$$\left[\begin{array}{cc|c} \boxed{1} & 2 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} \end{array}\right] \rightsquigarrow 0 = 0x + 0y = 1$$

pivotelement

Hvis vi har frie variabler kan vi ikke ha en entydig løsning til systemet

Oppgaver

$x + y + z = 4$

$x - y + 2z = -3$

$$\rightsquigarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & -3 \end{array}\right]$$

pivotelementer

$$\xrightarrow{R2 - R1} \left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{1} & 1 & 1 & 4 \\ 0 & \boxed{-2} & 1 & -7 \end{array}\right]$$

kolonne uten pivot

$-2y + z = -7$

$\Rightarrow y = \frac{7}{2} + \frac{z}{2}$

$x = 4 - y - z = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}z$

Oppgave 2

$(1+i)x + y = 1$

$(1-i)x - (1+i)y = i$

$$\rightsquigarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1+i & 1 & 1 \\ 1-i & -(1+i) & i \end{array}\right]$$

for mye å gjøre

$$\left(\xrightarrow{R2 - \frac{1-i}{1+i} R1} \left[\begin{array}{cc|c} 1+i & 1 & 1 \\ 0 & 2 & ? \end{array}\right] \right)$$

$$\xrightarrow{R2 \leftarrow R2 + iR1} \left[\begin{array}{cc|c} \boxed{1+i} & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{-1} & 2i \end{array}\right]$$

$(1+i)i = i - 1$

$1 - i + (i - 1)$

$-y = 2i \iff y = -2i$

$(1+i)x + y = 1 \leftarrow$

$x = \frac{1 + 2i}{1+i} \leftarrow$

$(1+i)\underline{(1-i)} = 2$

$(1-i)\underline{(1+i)} = 2$