

# Ekstraoppgaver 2

## Oppgaver til kapittel 2

1. Skriv ligningssystemet

$$\begin{cases} x - 4y + 28z = -2 \\ -x + y - 7z = -31 \\ x + 2y - 14z = 64 \end{cases}$$

om til matriseform, og løs.

2. Hvilke av disse matrisene er på trappeform? Hvilke av dem er på redusert trappeform?

a)  $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

b)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

c)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

3. Løs ligningssystemet med totalmatrise

a)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & -1 & 3 \end{array} \right]$

b)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 1 & 1 \end{array} \right]$

c)  $\left[ \begin{array}{cc|c} i & 1 & -1 \\ 1 & i & i \end{array} \right]$

d)  $\left[ \begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 1 \\ i & 1 & 1 & 1+i \end{array} \right]$

4.

a) Løs ligningssettene

$$2x - y + z = 0$$

$$3x + y - 6z = 0$$

$$4x - 2y + 2z = 0$$

og

$$2x - y + z = 1$$

$$3x + y - 6z = 4$$

$$4x - 2y + 2z = 2$$

og forklar sammenhengen mellom løsningsmengdene.

b) Kan du finne  $a, b$  og  $c$  slik at

$$2x - y + z = a$$

$$3x + y - 6z = b$$

$$4x - 2y + 2z = c$$

ikke har noen løsning?

5. La  $A$  være en  $3 \times 5$ -matrise,  $\vec{b} \in \mathbb{R}^3$  være en vektor og anta at ligningssystemet  $A\vec{x} = \vec{b}$  er løsbart.

a) Finnes det én eller uendelig mange løsninger?

b) Hva kan det minste og største antall mulige frie variabler være?

Begrunn svaret og generaliser konklusjonene til situasjonen hvor  $A$  er en  $m \times n$ -matrise,  $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$  og  $m < n$ .

6. Anta at vi har et ligningssystem med  $m$  ligninger og  $n$  ukjente. Hvilke av de ni forskjellige tilfellene i følgende tabell er mulige?

	$m < n$	$m = n$	$m > n$
ingen løsninger			
én løsning			
uendelig mange løsninger			

7. Vis at følgende påstander er sanne for alle matriser  $M, N$  og  $L$ :

a) Hvis  $M \sim N$ , så:  $N \sim M$ .

b) Hvis  $M \sim L$  og  $L \sim N$ , så:  $M \sim N$ .

8. La  $z$  være en løsning av ligningen  $z^2 + z + 1 = 0$ . Finn en løsning av ligningssystemet med totalmatrise

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 & 9 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & z & z^2 & 0 & 0 \\ 1 & z^2 & z & 0 & 0 \end{array} \right]$$

9. Avgjør hvorvidt ligningssystemet gitt ved

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & -1 & -1 \end{array} \right]$$

har en løsning.

## Eksamensoppgaver

Vår 2018: Oppgave 2a

Vår 2019: Oppgave 1b