Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 9 – Veiledning uke 43

Fra Edwards & Penney, avsnitt 4.2

LINEÆRKOMBINASJONER Uttrykk den oppgitte vektoren $\mathbf{w}$ som en lineærkombinasjon av vektorene $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_k$ dersom dette er mulig. Hvis ikke, vis at det er umulig.

11 $\mathbf{w} = (1, 0, 0, -1)$; $\mathbf{v}_1 = (7, -6, 4, 5)$, $\mathbf{v}_2 = (3, -3, 2, 3)$.

LINEÆR UAVHENGIGHET Tre vektorer $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$ er oppgitt. Dersom de er lineært uavhengige, vis dette; hvis ikke, finn en ikketriviell lineærkombinasjon som er lik nullvektoren.

19 $\mathbf{v}_1 = (2, 0, 3, 0)$, $\mathbf{v}_2 = (5, 4, -2, 1)$, $\mathbf{v}_3 = (2, -1, 1, -1)$.

Anta at vektorene $\{\mathbf{v}_i\}$ er lineært uavhengige. Bruk definisjonen av lineær uavhengighet til å vise at da er også vektorene $\{\mathbf{u}_i\}$ også lineært uavhengige.

25 $\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1$, $\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2$, $\mathbf{u}_3 = \mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2 + 3\mathbf{v}_3$.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 4.3

BASIS FOR VEKTORROM Avgjør om de oppgitte vektorene i $\mathbb{R}^n$ danner en basis for $\mathbb{R}^n$ eller ikke.

5 $\mathbf{v}_1 = (0, 7, -3)$, $\mathbf{v}_2 = (0, 5, 4)$, $\mathbf{v}_3 = (0, 5, 10)$.

Finn en basis for det oppgitte underrommet av $\mathbb{R}^4$.

13 Mengden av alle vektorer på formen (a, b, c, d) der $a = 3c$ og $b = 4d$.

Finn en basis for løsningsrommet til det oppgitte homogene (og lineære) ligningssystemet.

18
$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + 9x_3 + 5x_4 &= 0. \end{aligned}$$

Eksamensoppgaver

`http://www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2010h/eksoppg/xoppg.pdf`

A-46 La vektorrommet $V \subset \mathbb{R}^4$ være mengden av løsninger til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

Finn en basis for V og bestem dimensjonen.

`TMA4110, 2003H`

$\boxed{4}$ I denne oppgaven skal vi se på matrisen

$$A = \begin{bmatrix} a & 2 & 1 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a) For hvilke verdier av a er matrisen A inverterbar?

b) For hvilke verdier av t har ligningssystemet

$$\begin{aligned} 2x + 2y + z &= 1 + t \\ x + 2y &= 2 + t \\ x + z &= 3 + t \end{aligned}$$

løsning?

c) Finn en basis for nullrommet til matrisen $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Flervalgsoppgaver

$\boxed{1}$ Hvilken av ligningene definerer et underrom i $\mathbb{R}^2$?

A: $x - y = 1$ **B:** $x + y = 0$ **C:** $xy = 0$ **D:** $x^2 + y^2 = 1$

$\boxed{2}$ For hvilke(n) c er vektorene $\mathbf{v}_1 = (1, 3, -3)$, $\mathbf{v}_2 = (-2, 4, 1)$, $\mathbf{v}_3 = (-1, 1, c)$ lineært uavhengige?

A: ingen c **B:** $c = 1$ **C:** $c \neq 1$ **D:** alle c

Fasit

EP 4.2

11. $\mathbf{w} = \mathbf{v}_1 - 2\mathbf{v}_2$

19. Lineært uavhengige.

EP 4.2.25

Vi har $\mathbf{0} = a\mathbf{u}_1 + b\mathbf{u}_2 + c\mathbf{u}_3 = \ldots = (a+b+c)\mathbf{v}_1 + (2b+2c)\mathbf{v}_2 + 3c\mathbf{v}_3$ så

$$\begin{aligned} a + b + c &= 0 \\ 2b + 2c &= 0 \\ 3c &= 0 \end{aligned}$$

Dermed er $a = b = c = 0$, og vi har lineær uavhengighet.

EP 4.3

5. Nei (ingen beregninger er nødvendig).

13. $(3, 0, 1, 0)$, $(0, 4, 0, 1)$.