TMA4110 Matematikk 3 Høst 2010

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Øving 8 – Veiledning uke 42

Fra Edwards & Penney, avsnitt 2.4

CRAMER'S REGEL Bruk Cramers' regel for å løse systemet.

$\boxed{5}$
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 - 5x_3 &= 3 \\ 4x_1 - 4x_2 - 3x_3 &= -4 \\ x_1 - 5x_3 &= 2 \end{aligned}$$

INVERSER OG DEN ADJUNGERTE MATRISEN Bruk metoden fra eksempel 2 til å regne ut inversen til den oppgitte matrisen.

$\boxed{15}$
$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ -2 & 3 & -4 \\ -5 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

$\boxed{23}$ Den kvadratiske matrisen A sies å være symmetrisk hvis $A^T = A$. Vis at den inverse til en ikkesingulær symmetrisk matrise også er symmetrisk.

Fra Edwards & Penney, avsnitt 4.1

UNDERROM AV $\mathbb{R}^n$ En delmengde W av $\mathbb{R}^n$ er oppgitt. Bruk Teorem 1 for å avgjøre om W er et underrom av $\mathbb{R}^n$ eller ikke.

$\boxed{3}$ W er mengden av alle vektorer $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ slik at $x_2 = 1$.

$\boxed{8}$ W er mengden av alle vektorer $(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$ slik at $x_1^2 + x_2^2 = 0$.

LØSNINGSROM FOR LINEÆRE SYSTEMER Reduser det oppgitte systemet til echelonform og finn *èn* enkelt løsningsvektor **u** slik at løsningsrommet er mengden av alle skalarmultipler av **u**.

$\boxed{19}$
$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 - 5x_3 - 6x_4 &= 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 - 4x_4 &= 0 \\ x_1 + 3x_2 + 7x_3 + x_4 &= 0 \end{aligned}$$

$\boxed{30}$ La U og V være underrom av et vektorrom W. Snittet av U og V,

$$U \cap V = \{x \in W \,|\, x \in V \text{ og } x \in U\},$$

er mengden av vektorer som er både i U og i V. Vis at $U \cap V$ er et underrom av W. Dersom U og V er to plan gjennom origo i $\mathbb{R}^3$, hva er da $U \cap V$?

Eksamensoppgaver

(`SIF5009 des 2000`)

$\boxed{7}$ La A være en $n \times n$-matrise og la $\mathbf{x}$ være en n-vektor slik at $A^3\mathbf{x} = \mathbf{0}$, mens $A^2\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$. Vis at vektorene $\mathbf{x}$, $A\mathbf{x}$ og $A^2\mathbf{x}$ er lineært uavhengige.

(`SIF5010 aug 2003`)

$\boxed{4}$

Gitt matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha \\ 0 & 0 & \alpha & 1 \\ 0 & \alpha & 1 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha & 0 \end{bmatrix}$ og vektoren $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ \alpha \\ 1+\alpha \end{bmatrix}$ der $\alpha \in \mathbb{R}$.

a) Bestem $\det(A)$ og avgjør for hvilke α matrisen A er inverterbar.

b) For hvilke verdier av α har ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ nøyaktig én løsning, uendelig mange løsninger, ingen løsninger?

Flervalgsoppgaver

$\boxed{1}$ La A være en 5×7–matrise. Hva kan du si om antallet frie variabler, k, for ligningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$?

A: $k \leq 2$ **B:** $k = 2$ **C:** $2 \leq k \leq 7$ **D:** $k \leq 7$

$\boxed{2}$ Bestem rangen r til 3×4–matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

A: $r = 1$ **B:** $r = 2$ **C:** $r = 3$ **D:** $r = 4$

1 Fasit

EP 2.4

5. $2, 3, 0$

15. $\frac{1}{35}\begin{bmatrix} -15 & 25 & -26 \\ 10 & -5 & 8 \\ 15 & -25 & 19 \end{bmatrix}$

EP 4.1

3. Nei (hverken betingelse (i) eller (ii) er oppfyllt).

19. $(1, 2, -1, 0)$ (ethvert skalarmultippel av denne er også korrekt).

Eksamensoppgaver

7 a) $-(1-\alpha^2)^2$
invertibar hvis $\alpha \neq 1, -1$

b) hvis $\alpha \neq 1, -1$ er det nøyatktig en løsning
hvis $\alpha = 1$ er det uendelig mange løsninger
hvis $\alpha = -1$ er det ingen løsninger