Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen: Peter Lindqvist, telefon 73593529

Eksamen i MA1301/MA6301 Tallteori

Bokmål
Mandag 7. juni 2010
Tid: 09.00 - 13:00
Hjelpemidler: Kalkulator HP30S

Sensur: Mandag 28. juni 2010

Oppgave 1

Er

$$1002! + 13$$

et primtall?

Oppgave 2

Vis at $\sqrt{6}$ er et irrasjonalt tall. Med andre ord, vis at ligningen

$$6n^2 = m^2$$

ikke har noen heltallige løsninger.

Oppgave 3

Løs ligningen

$$x^{65} \equiv 6 \pmod{133}, \quad x = ?$$

Hint: $133 = 7 \cdot 19$, RSA.

Oppgave 4

Finn restene modulo 103:

$$102! \equiv ? \pmod{103}, 101! \equiv ? \pmod{103}, 100! \equiv ? \pmod{103}$$

Hint: Wilsons teorem.

Oppgave 5

Anta at $m^n - 1$ er et primtall, $m \geq 2$ og $n \geq 2$. Vis at det er nødvendig at $m = 2$.

Oppgave 6

Tallet $\sqrt{23}$ har kjedebrøken

$$\sqrt{23} = [4; \overline{1, 3, 1, 8}]$$

Finn en løsning x, y $(y \geq 1)$ av Pells ligning

$$x^2 - 23y^2 = 1.$$

Oppgave 7

La a være et naturlig tall. Vis at a og a^{4n+1} har samme siste siffre, $n = 1, 2, 3, \ldots$

Oppgave 8

Bevis at

$$2^{(2^n)} - 1, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

har minst n ulike primtallsfaktorer,

Hint: Induksjon.